Satoku Matrix Oreganography

Release 0.0

Wolfgang Scherer

Jan 26, 2023

Abstract

Oreganography is the art of encrypting information in weedy ways for herbal recreation.

Contents

List of Figures

List of Tables

1 Satoku Matrix

A satoku matrix is an inverted adjacency matrix preserving clause boundary information for implementing a requirement update algorithm (see figure 1.3).

A satoku matrix $\mathbb{S}$ is formally defined as a sequence of *cell-matrix rows* $c_i,\ 0 \leq i < |\mathbb{S}|$, where a *cell-matrix row* c_i consists of *cells* $c_{i_g},\ 0 \leq g < |\mathbb{S}|$. A *cell* c_{i_g} consists of *cell rows* $r_{i_{j_g}},\ 0 \leq j < |c_{i_g}|$, where a *cell row* $r_{i_{j_g}}$ consists of *states* $s_{i_{j_{g_h}}},\ 0 \leq h < |r_{i_{j_g}}|$. A *state* $s_{i_{j_{g_h}}}$ represents a *conflict relationship* CFR with the *state* $s_{g_{h_{i_j}}}$, where a *conflict relationship* is either *possible* $= 1$ or *impossible* $= 0$. A *state row* $s_{i_j},\ 0 \leq j < |c_{i_i}|$ is the sequence of *cell rows* $r_{i_{j_g}}$. The index scheme is summarized in table 1.1.

table 1.1: Satoku Matrix Index Scheme

indexed state entity	description
$c_{\text{cell-matrix-row}}$	row c_i of cells (cell-matrix-row)
$c_{\text{cell-matrix-row}\ \text{cell-matrix-column}}$	single cell c_{i_g}
$r_{\text{cell-matrix-row}\ \text{cell-row}\ \text{cell-matrix-column}}$	cell row $r_{i_{j_g}}$ containing all CFR states between an atomic state $s_{i_{j_{i_j}}}$ and an atomic cell c_{g_g}
$s_{\text{cell-matrix-row}\ \text{cell-row}}$	state row s_{i_j} of all cell rows $r_{i_{j_g}}$ containing all singular states for an atomic state $s_{i_{j_{i_j}}}$
$s_{\text{cell-matrix-row}\ \text{cell-row}\ \text{cell-matrix-column}\ \text{cell-column}}$	singular state $s_{i_{j_{g_h}}}$

For better readability, if a *cell row* $r_{i_{j_g}}$ contains more than one 1-state, all 1-states in $r_{i_{j_g}}$ are represented by a dash (-) (see figure 1.1).

P	− − −	− − − −	− − −	− −	
s_{0_0}	1 ∘ ∘	− − − −	− − −	− −	c_0
s_{0_1}	∘ 1 ∘	0 − − −	− − −	− −	
s_{0_2}	∘ ∘ 1	− − − −	− 0 −	0 1	
s_{1_0}	− 0 −	1 ∘ ∘ ∘	0 − −	− −	c_{1_2}
s_{1_1}	− − −	∘ 1 ∘ ∘	− 0 −	0 1	
s_{1_2}	− − −	∘ ∘ 1 ∘	− − −	1 0	
s_{1_3}	− − −	∘ ∘ ∘ 1	− − 0	− −	
s_{2_0}	− − −	0 − − −	1 ∘ ∘	− −	s_{2_0}
s_{2_1}	− − 0	− 0 − −	∘ 1 ∘	− −	$s_{2_{1_0}}$
s_{2_2}	− − −	− − − 0	∘ ∘ 1	− −	$s_{2_{2_{1_3}}}$
s_{3_0}	− − 0	− 0 − −	− − −	1 ∘	
s_{3_1}	− − −	− − 0 −	− − −	∘ 1	$r_{3_{1_2}}$

figure 1.1: Satoku Matrix Index Scheme Example

Merging a sequence of *state rows* S into a *state row* s_{i_j}, denoted as $\mathbf{Mrg}(s_{i_j}, S)$, is defined by the algorithm in figure 1.2. It returns the number of $1 \to 0$ transitions performed.

---

def $\mathbf{Mrg}(s_{i_j}, S)$:
    transitions $\leftarrow 0$
    for each state row $s_{g_h} \in S$:
        for each state $s_{i_{je_f}}$, $0 \le e < |\mathbb{S}|$, $0 \le f < |r_{i_{je}}|$:
            if $s_{i_{je_f}} \neq 0$ **and** $s_{g_{h_{e_f}}} = 0$:
                $s'_{i_{je_f}} = 0$, transitions $+= 1$
                if $s_{e_{f_{i_j}}} \neq 0$:
                    $s'_{e_{f_{i_j}}} = 0$, transitions $+= 1$
    return transitions

---

figure 1.2: Merge State Rows S Into State Row s_{i_j}

The requirement update algorithm in figure 1.3 distributes conflict relationships into all *cell rows* which have a single 1-state. After applying the requirement update algorithm, the satoku matrix $\mathbb{S}$ is called *consolidated*.

---

transitions $\leftarrow 1$
while transitions > 0:
    transitions $\leftarrow 0$
    for each state row s_{i_j}:
        for each cell row $r_{i_{jg}}$, $i \neq g$:
            if there is only a single 1-state $s_{i_{jg_h}} = 1$, $\sum_{f=0}^{|r_{i_{jg}}|-1} s_{i_{jg_f}} = 1$:
                transitions $+= \mathbf{Mrg}(s_{i_j}, s_{g_h})$ *// merge state row s_{g_h} into state row s_{i_j}*

---

figure 1.3: Requirement Update Algorithm

The consolidated version of the Satoku Matrix Index Scheme Example from figure 1.1 is shown in figure 1.4. Notably $s_{0_{2_{3_1}}}$ triggered a merge of s_{3_1} into s_{0_2}. This led to state $s_{3_{1_{1_2}}}$ causing $1 \to 0$ transitions of state $s_{0_{2_{1_2}}}$ and state $s_{1_{2_{0_2}}}$.

P	− − −	− − − −	− − −	− −
s_{0_0}	1 ∘ ∘	− − − −	− − −	− −
s_{0_1}	∘ 1 ∘	0 − − −	− − −	− −
s_{0_2}	∘ ∘ 1	− − 0 −	− 0 −	0 1
s_{1_0}	− 0 −	1 ∘ ∘ ∘	0 − −	− −
s_{1_1}	− − −	∘ 1 ∘ ∘	− 0 −	0 1
s_{1_2}	− − 0	∘ ∘ 1 ∘	− − −	1 0
s_{1_3}	− − −	∘ ∘ ∘ 1	− − 0	− −
s_{2_0}	− − −	0 − − −	1 ∘ ∘	− −
s_{2_1}	− − 0	− 0 − −	∘ 1 ∘	− −
s_{2_2}	− − −	− − − 0	∘ ∘ 1	− −
s_{3_0}	− − 0	− 0 − −	− − −	1 ∘
s_{3_1}	− − −	− − 0 −	− − −	∘ 1

figure 1.4: Consolidated Satoku Matrix Index Scheme Example

2 Mapping a CNF Formula to a Satoku Matrix

A CNF formula F is a conjunction of m disjunctive clauses C_i each containing k_i literals l_j, where a literal l_j is a negated or unnegated boolean variable:

$$F = \bigwedge_{i=0}^{m-1} C_i,\ m = |F|, \quad C_i = \bigvee_{j=0}^{k_i-1} l_j,\ k_i = |C_i|, \quad m,k_i \in \mathbb{N}_0.$$

Mapping a CNF formula F to a satoku matrix $\mathbb{S}$ with the algorithm in figure 2.1 results in an *unconsolidated* satoku matrix $\mathbb{S}$.

---

for each clause C_i of CNF formula $F,\ 0 \leq i < |F|$:
    extend each state row s_{e_f}, by $|C_i|$ 1-states, $0 \leq e < i,\ 0 \leq f < |c_{e_e}|$
    add $|C_i|$ state rows with $\sum_{n=0}^{i} |C_n|$ 1-states each
    // process at-most-1 constraints
    for each cell row $r_{i_{j_i}},\ 0 \leq j < |C_i| - 1$:
        for each state $s_{i_{j_{i_h}}},\ j < h < |C_i|$:
            $s_{i_{j_{i_h}}} \leftarrow 0$
            $s_{i_{h_{i_j}}} \leftarrow 0$
// process conflict relationships
for each state row $s_{i_j},\ 0 \leq i < |F|,\ 0 \leq j < |C_i|$:
    for each cell row $r_{i_{j_g}},\ i < g < |F|$:
        for each state $s_{i_{j_{g_h}}},\ 0 \leq h < |C_g|$:
            if $C_{i_j} \wedge C_{g_h} = 0$:
                $s_{i_{j_{g_h}}} \leftarrow 0$
                $s_{g_{h_{i_j}}} \leftarrow 0$

---

figure 2.1: Mapping a CNF Formula to a Satoku Matrix

3 Mapping a Satoku Matrix to a CNF Formula

See figure 3.1 for an algorithm to map a satoku matrix to a CNF formula.

---

start with empty CNF formula F (a conjunctive clause)
for each cell $c_{i_i},\ 0 \leq i < |\mathbb{S}|$:
    add an empty disjunctive clause C_i to F
    for each cell row $r_{i_{j_i}},\ 0 \leq j < |c_{i_i}|$:
        add an unnegated variable v_{i_j} to clause C_i
for each state row $s_{i_j},\ 0 \leq i < |\mathbb{S}|,\ 0 \leq j < |c_{i_i}|$:
    with cell row $r_{i_{j_i}}$:
        for each state $s_{i_{j_{i_f}}},\ j < f < |r_{i_{j_i}}|$:
            if $s_{i_{j_{i_f}}} = 0$:
                to express the conclusion $v_{i_j} \rightarrow \neg v_{i_f}$,
                add the disjunctive clause $\neg v_{i_j} \vee \neg v_{i_f}$ to $|F|$
    for each cell row $r_{i_{j_e}},\ i < e < |\mathbb{S}|$:
        for each state $s_{i_{j_{e_f}}},\ 0 \leq f < |r_{i_{j_e}}|$:
            if $s_{i_{j_{e_f}}} = 0$:
                add the disjunctive clause $\neg v_{i_j} \vee \neg v_{e_f}$ to $|F|$

---

figure 3.1: Mapping a Satoku Matrix to a CNF Formula

4 Initial Information Encoding

Arbitrary pixel blocks like "*HAPPYEASTER!*<*smile*><*egg*><*egg*>" can be encoded in the upper right half of a satoku matrix in a simple manner by flipping 1-states to 0 (see figure 4.1).

P	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −
s_{0_0}	1 ○ ○ ○ ○ ○	− 0 − − 0 −	− − 0 0 − −	− 0 0 0 − −	− 0 0 0 − −	− 0 − − − 0
s_{0_1}	○ 1 ○ ○ ○ ○	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	− − 0 − 0 −
s_{0_2}	○ ○ 1 ○ ○ ○	− 0 0 0 0 −	− 0 0 0 0 −	− 0 0 0 − −	− 0 0 0 − −	− − − 0 − −
s_{0_3}	○ ○ ○ 1 ○ ○	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	− 0 − − − −	− 0 − − − −	− − − 0 − −
s_{0_4}	○ ○ ○ ○ 1 ○	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	− 0 − − − −	− 0 − − − −	− − − 0 − −
s_{0_5}	○ ○ ○ ○ ○ 1	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −
s_{1_0}	− − − − − −	1 ○ ○ ○ ○ ○	− − 0 0 − −	− − 0 0 − −	− 0 0 0 0 −	1 0 0 0 0 0
s_{1_1}	0 0 0 0 0 1	○ 1 ○ ○ ○ ○	− 0 − − − −	− 0 − − 0 −	− 0 − − − −	− − − 0 − −
s_{1_2}	− − 0 − − −	○ ○ 1 ○ ○ ○	− 0 0 − − −	− 0 0 0 0 −	− 0 0 0 0 −	− − − 0 − −
s_{1_3}	− − 0 − − −	○ ○ ○ 1 ○ ○	− 0 − − − −	− 0 − − 0 −	− − − − 0 −	− − − 0 − −
s_{1_4}	0 0 0 0 0 1	○ ○ ○ ○ 1 ○	− − 0 0 − −	− 0 − − 0 −	− 0 0 0 0 −	− − − 0 − −
s_{1_5}	− − − − − −	○ ○ ○ ○ ○ 1	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −
s_{2_0}	− − − − − −	− − − − − −	1 ○ ○ ○ ○ ○	− − 0 0 − −	− 0 0 0 − −	− − − 0 − −
s_{2_1}	− 0 0 0 0 −	− 0 0 0 − −	○ 1 ○ ○ ○ ○	− 0 − − − −	− 0 − − 0 −	− − − 0 − −
s_{2_2}	0 − 0 − − −	0 − 0 − 0 −	○ ○ 1 ○ ○ ○	− 0 0 − − −	− 0 0 0 − −	− − − 0 − −
s_{2_3}	0 − 0 − − −	0 − − − 0 −	○ ○ ○ 1 ○ ○	− 0 − − − −	− 0 − 0 − −	− − − − − −
s_{2_4}	− 0 0 0 0 −	− − − − − −	○ ○ ○ ○ 1 ○	− − 0 0 − −	− 0 − − 0 −	− − − 0 − −
s_{2_5}	− − − − − −	− − − − − −	○ ○ ○ ○ ○ 1	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −
s_{3_0}	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	1 ○ ○ ○ ○ ○	− − − − − −	− − − − − −
s_{3_1}	0 0 0 0 0 1	− 0 0 0 0 −	− 0 0 0 − −	○ 1 ○ ○ ○ ○	− 0 − − 0 −	− − 0 0 − −
s_{3_2}	0 − 0 − − −	0 − 0 − − −	0 − 0 − 0 −	○ ○ 1 ○ ○ ○	− − − − − −	− 0 − − 0 −
s_{3_3}	0 − 0 − − −	0 − 0 − − −	0 − − − 0 −	○ ○ ○ 1 ○ ○	0 − − − − 0	− 0 − − 0 −
s_{3_4}	− 0 − − − −	− 0 0 0 0 −	− − − − − −	○ ○ ○ ○ 1 ○	− 0 0 0 0 −	− − 0 0 − −
s_{3_5}	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	○ ○ ○ ○ ○ 1	− − − − − −	− − − − − −
s_{4_0}	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − 0 − −	1 ○ ○ ○ ○ ○	− − − − − −
s_{4_1}	0 0 0 0 0 1	0 0 0 − 0 −	0 0 0 0 0 1	− 0 − − 0 −	○ 1 ○ ○ ○ ○	− − 0 0 − −
s_{4_2}	0 − 0 − − −	0 − 0 − 0 −	0 − 0 − − −	− − − − 0 −	○ ○ 1 ○ ○ ○	− 0 − − 0 −
s_{4_3}	0 − 0 − − −	0 − 0 − 0 −	0 − 0 0 − −	− − − − 0 −	○ ○ ○ 1 ○ ○	− 0 − − 0 −
s_{4_4}	− 0 − − − −	0 − 0 0 0 −	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	○ ○ ○ ○ 1 ○	− − 0 0 − −
s_{4_5}	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − 0 − −	○ ○ ○ ○ ○ 1	− − − − − −
s_{5_0}	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	1 ○ ○ ○ ○ ○
s_{5_1}	0 − − − − −	0 − − − − −	− − − − − −	− − 0 0 − −	− − 0 0 − −	○ 1 ○ ○ ○ ○
s_{5_2}	− 0 − − − −	0 − − − − −	− − − − − −	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	○ ○ 1 ○ ○ ○
s_{5_3}	− − 0 0 0 −	0 0 0 0 0 1	0 0 0 − 0 −	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	○ ○ ○ 1 ○ ○
s_{5_4}	− 0 − − − −	0 − − − − −	− − − − − −	− − 0 0 − −	− − 0 0 − −	○ ○ ○ ○ 1 ○
s_{5_5}	0 − − − − −	0 − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	○ ○ ○ ○ ○ 1

figure 4.1: Text Encoded in a Satoku Matrix

The satoku matrix in figure 4.1 can then be mapped to CNF formula (see figure 6.1). Since this formula is huge, only a reduced version is shown here in figure 4.2.

$$
\begin{aligned}
&(\ v_{00} \vee\ v_{01} \vee\ v_{02} \vee\ v_{03} \vee\ v_{04} \vee\ v_{05}) \wedge (\ v_{10} \vee\ v_{11} \vee\ v_{12} \vee\ v_{13} \vee\ v_{14} \vee\ v_{15}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{01}) \wedge \\
&(\neg v_{00} \vee \neg v_{02}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{03}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{02}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{03}) \wedge \\
&(\neg v_{01} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{03}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{11}) \wedge \\
&(\neg v_{02} \vee \neg v_{12}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{13}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{14})
\end{aligned}
$$

figure 4.2: Reduced CNF Formula of Mapped Satoku Matrix

Mapping the CNF formula in figure 4.2 to an unconsolidated satoku matrix, effectively hides the encoded information (see figure 4.3).

P	− − − − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{0_0}	1 ○ ○ ○ ○ ○	− − − − − − −	0 −	0 −	0 −	0 −	0 −	0 −	0 −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{0_1}	○ 1 ○ ○ ○ ○	− − − − − − −	− 0	− −	− −	− −	− −	− −	− −	0 −	0 −	0 −	0 −	0 −	0 −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{0_2}	○ ○ 1 ○ ○ ○	− − − − − − −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− −	0 −	0 −	0 −	0 −	0 −	0 −	0 −	0 −
s_{0_3}	○ ○ ○ 1 ○ ○	− − − − − − −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{0_4}	○ ○ ○ ○ 1 ○	− − − − − − −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{0_5}	○ ○ ○ ○ ○ 1	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− −
s_{1_0}	− − − − − − −	1 ○ ○ ○ ○ ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{1_1}	− − − − − − −	○ 1 ○ ○ ○ ○	− −	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −
s_{1_2}	− − − − − − −	○ ○ 1 ○ ○ ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −
s_{1_3}	− − − − − − −	○ ○ ○ 1 ○ ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− 0	− −
s_{1_4}	− − − − − − −	○ ○ ○ ○ 1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− −	− 0	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− 0
s_{1_5}	− − − − − − −	○ ○ ○ ○ ○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{2_0}	0 − − − − −	− − − − − − −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{2_1}	− 0 − − − −	− − − − − − −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{3_0}	0 − − − − −	− − − − − − −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{3_1}	− − 0 − − −	− − − − − − −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{4_0}	0 − − − − −	− − − − − − −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{4_1}	− − − 0 − −	− − − − − − −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{5_0}	0 − − − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{5_1}	− − − − 0 −	− − − − − − −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{6_0}	0 − − − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{6_1}	− − − − − 0	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{7_0}	0 − − − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{7_1}	− − − − − −	− 0 − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{8_0}	0 − − − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{8_1}	− − − − − −	− − − − − 0	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{9_0}	− 0 − − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{9_1}	− − 0 − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{10_0}	− 0 − − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{10_1}	− − − 0 − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{11_0}	− 0 − − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{11_1}	− − − − 0 −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{12_0}	− 0 − − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{12_1}	− − − − − 0	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{13_0}	− 0 − − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{13_1}	− − − − − −	− 0 − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{14_0}	− 0 − − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{14_1}	− − − − − −	− − − − − 0	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{15_0}	− − 0 − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{15_1}	− − − 0 − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{16_0}	− − 0 − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{16_1}	− − − − 0 −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{17_0}	− − 0 − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −
s_{17_1}	− − − − − 0	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −
s_{18_0}	− − 0 − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −
s_{18_1}	− − − − − −	− 0 − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −
s_{19_0}	− − 0 − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −
s_{19_1}	− − − − − −	− − 0 − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −
s_{20_0}	− − 0 − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −
s_{20_1}	− − − − − −	− − − 0 − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −
s_{21_0}	− − 0 − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −
s_{21_1}	− − − − − −	− − − − 0 −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −

figure 4.3: Reduced CNF Formula Mapped to Unconsolidated Satoku Matrix

Performing the requirement update (figure 1.3) to the satoku matrix in figure 4.3 results in a consolidated satoku matrix, which shows the restored original information (see figure 4.4).

P	− − − − − − −	− − − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{0_0}	1 ○ ○ ○ ○ ○ ○	− 0 − − 0 −	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{0_1}	○ 1 ○ ○ ○ ○ ○	− 0 − − 0 −	1 0	− −	− −	− −	− −	− −	− −	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{0_2}	○ ○ 1 ○ ○ ○ ○	− 0 0 0 0 −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	− −	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1	0 1
s_{0_3}	○ ○ ○ 1 ○ ○	− − − − − −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{0_4}	○ ○ ○ ○ 1 ○	− − − − − −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	− −
s_{0_5}	○ ○ ○ ○ ○ 1	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −
s_{1_0}	− − − − − −	1 ○ ○ ○ ○ ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{1_1}	0 0 0 − − −	○ 1 ○ ○ ○ ○	− −	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −
s_{1_2}	− − 0 − − −	○ ○ 1 ○ ○ ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −
s_{1_3}	− − 0 − − −	○ ○ ○ 1 ○ ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 0	− −
s_{1_4}	0 0 0 − − −	○ ○ ○ ○ 1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	− −	1 0	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 0
s_{1_5}	− − − − − −	○ ○ ○ ○ ○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{2_0}	0 − − − − −	− − − − − −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{2_1}	− 0 − − − −	− − − − − −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{3_0}	0 − − − − −	− − − − − −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{3_1}	− − 0 − − −	− − − − − −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{4_0}	0 − − − − −	− − − − − −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{4_1}	− − − 0 − −	− − − − − −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{5_0}	0 − − − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{5_1}	− − − − 0 −	− − − − − −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{6_0}	0 − − − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{6_1}	− − − − − 0	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{7_0}	0 − − − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{7_1}	− − − − − −	− 0 − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{8_0}	0 − − − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{8_1}	− − − − − −	− − − − 0 −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{9_0}	− 0 − − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{9_1}	− − 0 − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{10_0}	− 0 − − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{10_1}	− − − 0 − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{11_0}	− 0 − − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{11_1}	− − − − 0 −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{12_0}	− 0 − − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{12_1}	− − − − − 0	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{13_0}	− 0 − − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{13_1}	− − − − − −	− 0 − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{14_0}	− 0 − − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{14_1}	− − − − − −	− − − − − 0	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{15_0}	− − 0 − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{15_1}	− − − 0 − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −	− −
s_{16_0}	− − 0 − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −	− −
s_{16_1}	− − − − 0 −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −	− −
s_{17_0}	− − 0 − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −	− −
s_{17_1}	− − − − − 0	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −	− −
s_{18_0}	− − 0 − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −	− −
s_{18_1}	− − − − − −	− 0 − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −	− −
s_{19_0}	− − 0 − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −	− −
s_{19_1}	− − − − − −	− − 0 − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −	− −
s_{20_0}	− − 0 − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○	− −
s_{20_1}	− − − − − −	− − − 0 − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1	− −
s_{21_0}	− − 0 − − −	− − − − − −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	1 ○
s_{21_1}	− − − − − −	− − − − 0 −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	− −	○ 1

figure 4.4: Consolidated Satoku Matrix for Reduced CNF Formula

5 Advanced Information Hiding

Removing the at-least-1 clauses from the reduced CNF formula in figure 4.3 results in a set of 2-literal clauses (see figure 5.1). For the full formula in figure 6.1 without at-least-1 clauses see figure 7.1.

$$(\neg v_{00} \vee \neg v_{01}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{02}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{03}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{02}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{03}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{03}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{12}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{13}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{14})$$

figure 5.1: Reduced CNF Formula Without At-Least-1 Clauses

Producing a consolidated satoku matrix from the formula in figure 5.1 lacks any information whatsoever (see figure 5.2).

P	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{0_0}	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{0_1}	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{1_0}	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{1_1}	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{2_0}	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{2_1}	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{3_0}	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{3_1}	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{4_0}	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{4_1}	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{5_0}	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{5_1}	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{6_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{6_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{7_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{7_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{8_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{8_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{9_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{9_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{10_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{10_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{11_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{11_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{12_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{12_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{13_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{13_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−	−−
s_{14_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−	−−
s_{14_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−	−−
s_{15_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−	−−
s_{15_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−	−−
s_{16_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−	−−
s_{16_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−	−−
s_{17_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−	−−
s_{17_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−	−−
s_{18_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○	−−
s_{18_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1	−−
s_{19_0}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	1 ○
s_{19_1}	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	−−	○ 1

figure 5.2: Consolidated Satoku Matrix for Reduced CNF Formula Without At-Least-1 Clauses

When the variables of the CNF formula in figure 5.1 are mapped via 2-literal clauses of the form $(p \vee \neg p)$, only the conflict relationships between the clauses and variables become visible (see figure 5.3)

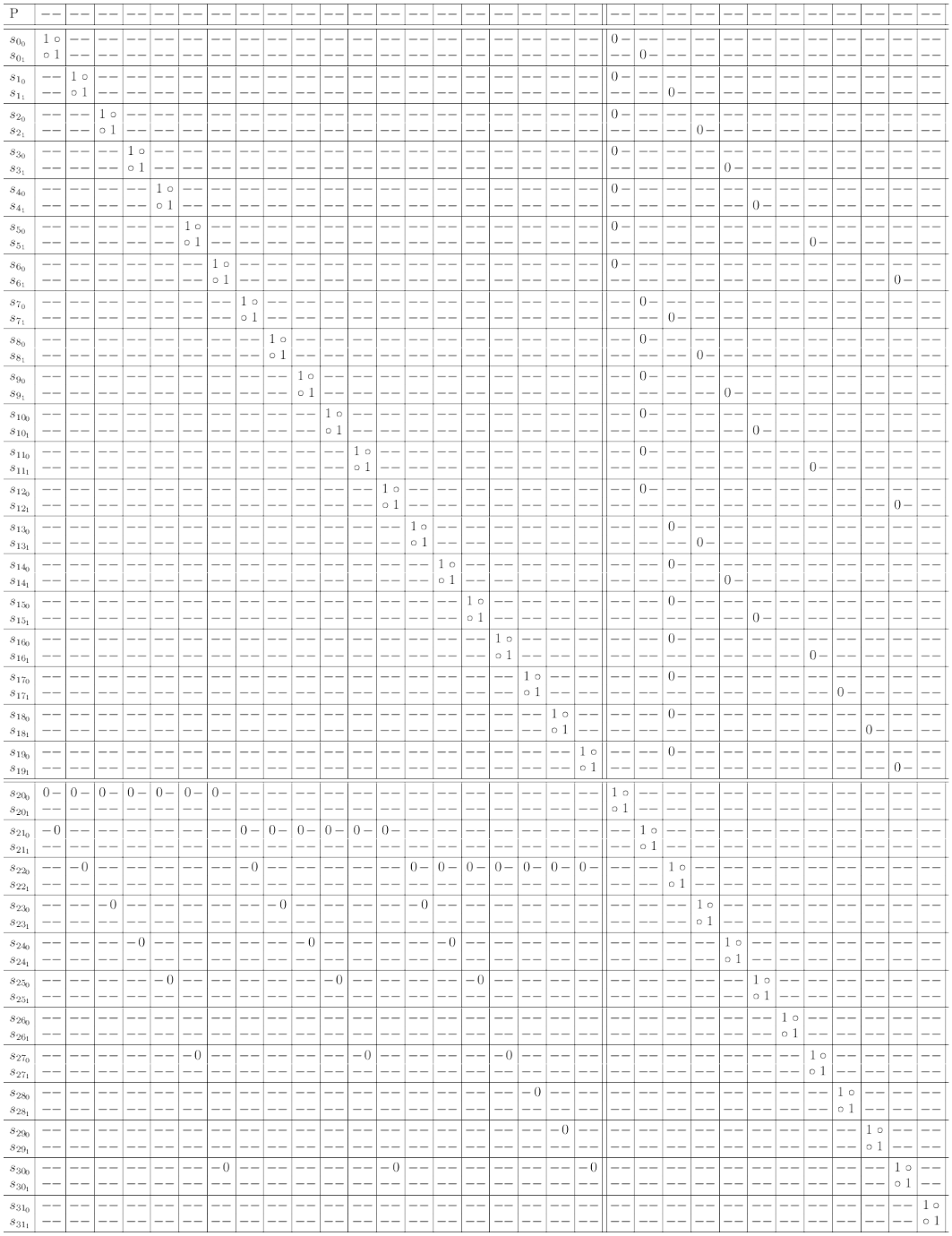

figure 5.3: Unconsolidated Satoku Matrix of Reduced CNF With Mapped Variables

Only when the requirement update algorithm in figure 1.3 is applied to the unconsolidated satoku matrix in figure 5.3 the information reappears in the lower right mapped variable quadrant (see figure 5.4).

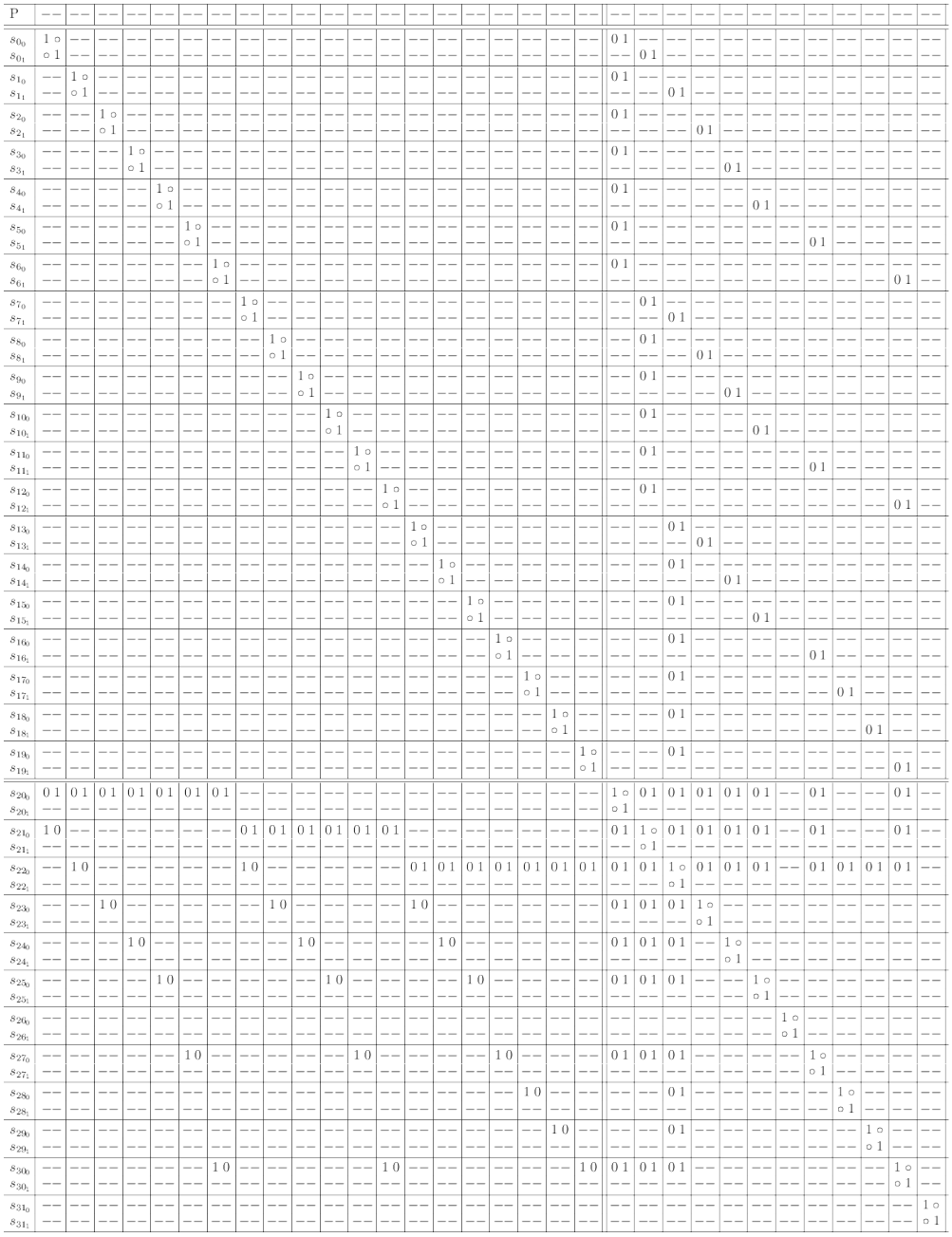

figure 5.4: Consolidated Satoku Matrix of Reduced CNF With Mapped Variables

The mapped variable quadrant of the satoku matrix derived from the full CNF formula in figure 7.1 already hints strongly at the encoded message (see figure 5.5).

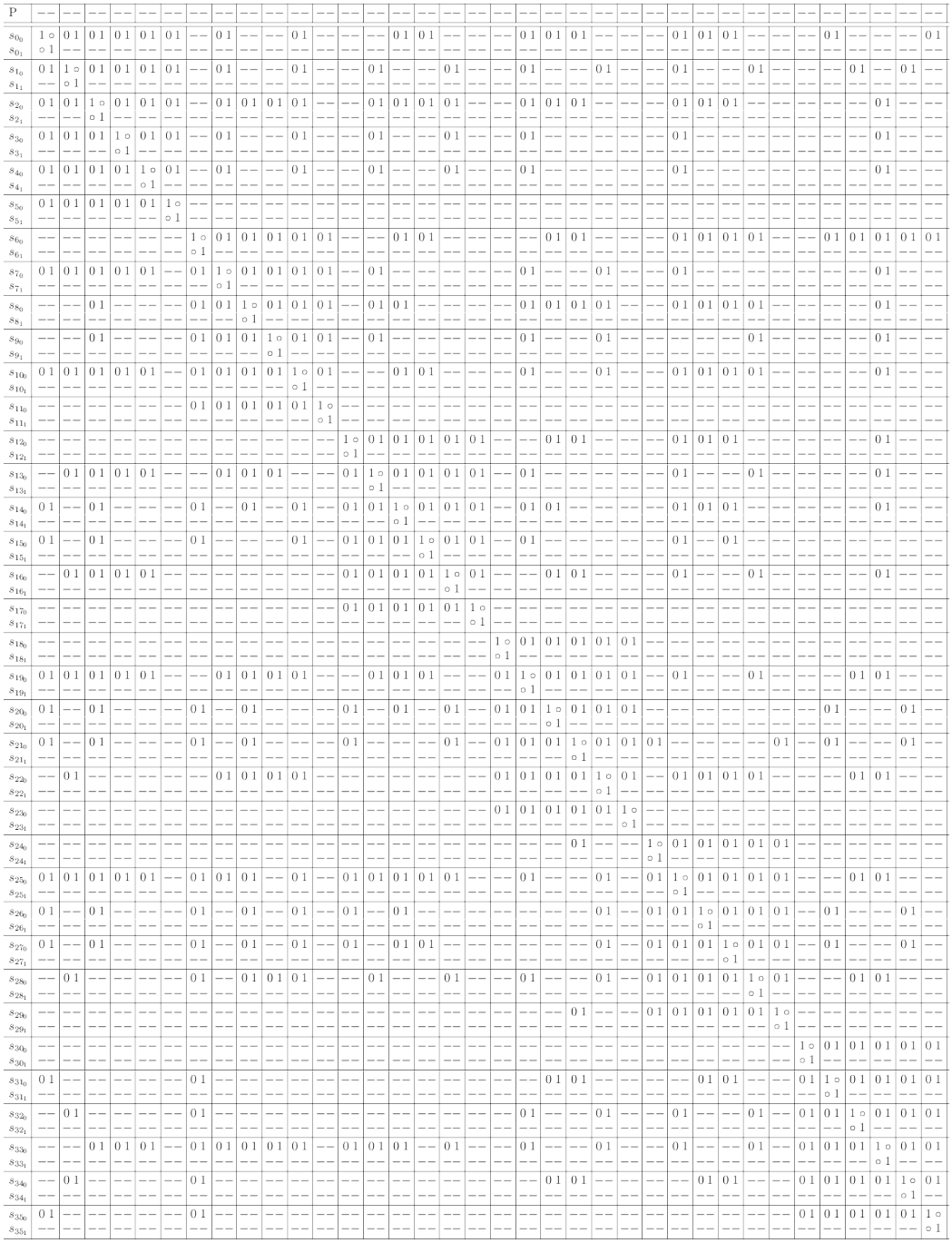

figure 5.5: Mapped Variable Quadrant of Full CNF Formula Without At-Least-1 Clauses

The original message can be restored by adding the at-least-1 clauses manually to the mapped variable quadrant from figure 5.4 and making exactly one mapped variable required in the lower right quadrant for each literal of the at-least-1 clauses (see figure 5.6).

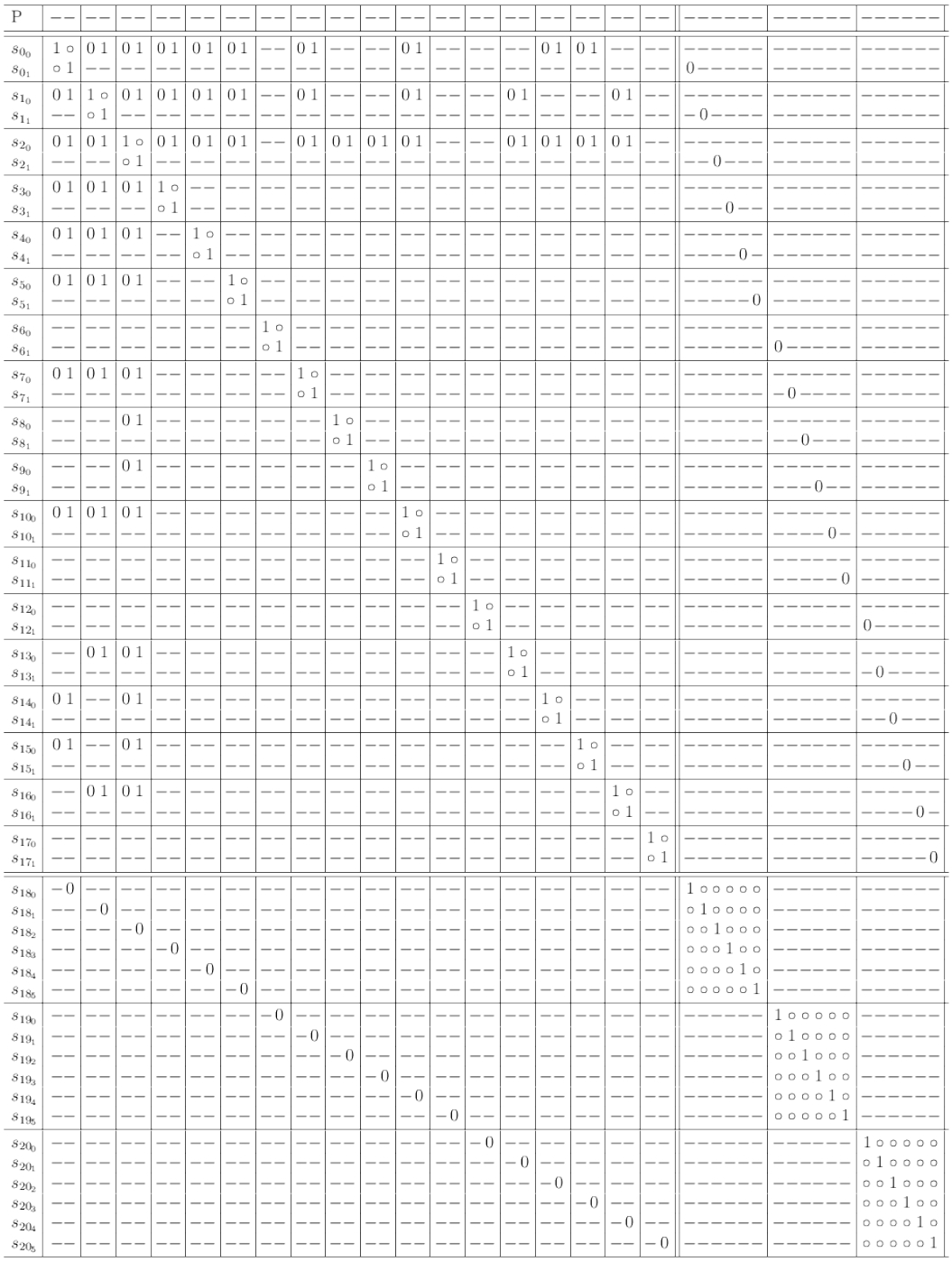

figure 5.6: At-Least-1 Clauses Manually Added to Mapped Variable Quadrant

Running the requirement update algorithm from figure 1.3 consolidates the satoku matrix from figure 5.6 and restores the original message in the lower right Quadrant (see figure 5.7).

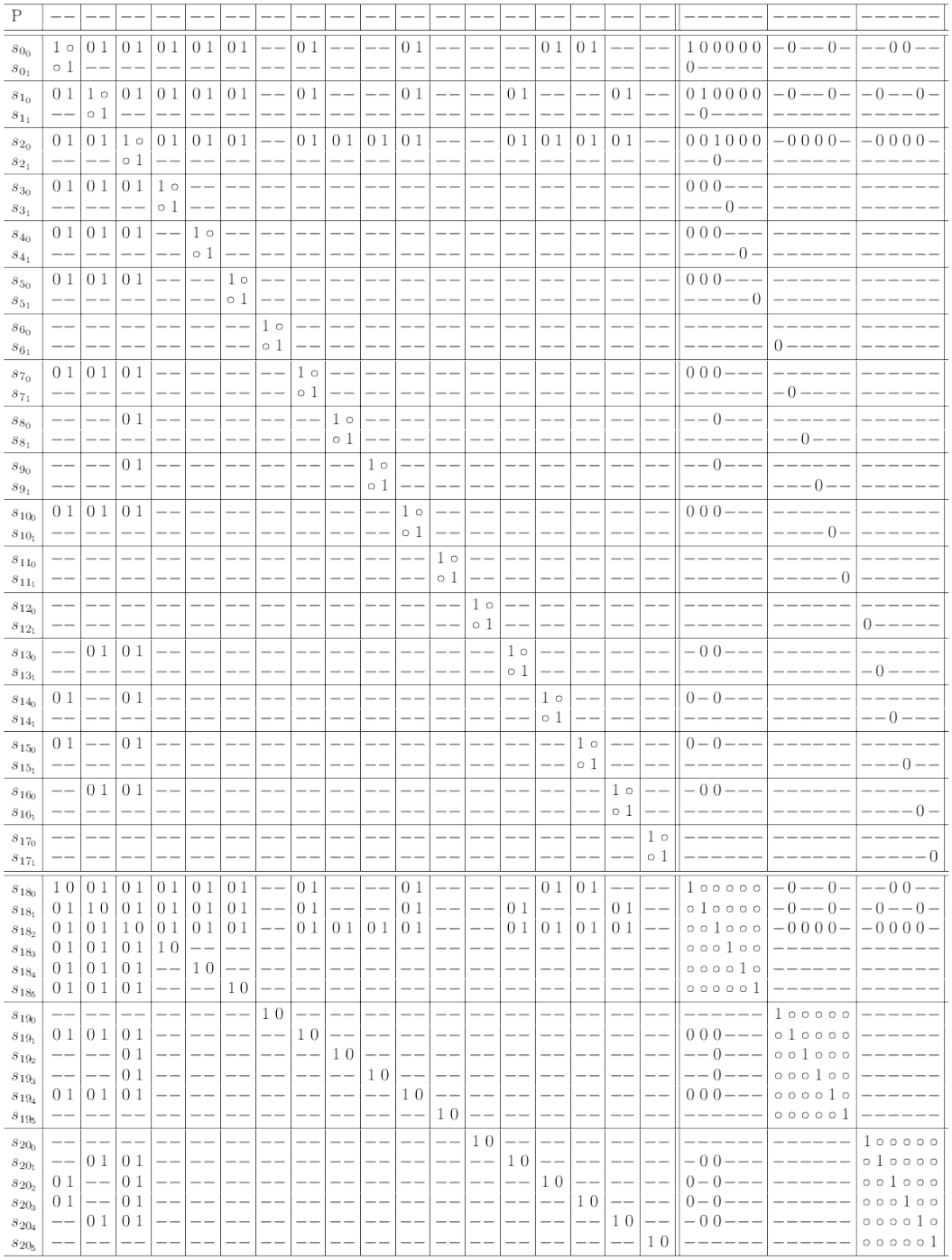

figure 5.7: Requirement Update Restores Original Message

Removing the mapped variables finally leaves an exact copy of the original message (see figure 5.8).

P	− − − − − − −	− − − − − − −	− − − − − − −	− − − − − − −	− − − − − − −	− − − − − − −
s_{0_0}	1 ○ ○ ○ ○ ○	− 0 − − 0 −	− − 0 0 − −	− 0 0 0 − −	− 0 0 0 − −	− 0 − − − 0
s_{0_1}	○ 1 ○ ○ ○ ○	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	− − 0 − 0 −
s_{0_2}	○ ○ 1 ○ ○ ○	− 0 0 0 0 −	− 0 0 0 0 −	− 0 0 0 − −	− 0 0 0 − −	− − − 0 − −
s_{0_3}	○ ○ ○ 1 ○ ○	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	− 0 − − − −	− 0 − − − −	− − − 0 − −
s_{0_4}	○ ○ ○ ○ 1 ○	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	− 0 − − − −	− 0 − − − −	− − − 0 − −
s_{0_5}	○ ○ ○ ○ ○ 1	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −
s_{1_0}	− − − − − −	1 ○ ○ ○ ○ ○	− − 0 0 − −	− − 0 0 − −	− 0 0 0 0 −	1 0 0 0 0 0
s_{1_1}	0 0 0 0 0 1	○ 1 ○ ○ ○ ○	− 0 − − − −	− 0 − − 0 −	− 0 − − − −	− − − 0 − −
s_{1_2}	− − 0 − − −	○ ○ 1 ○ ○ ○	− 0 0 − − −	− 0 0 0 0 −	− 0 0 0 0 −	− − − 0 − −
s_{1_3}	− − 0 − − −	○ ○ ○ 1 ○ ○	− 0 − − − −	− 0 − − 0 −	− − − − 0 −	− − − 0 − −
s_{1_4}	0 0 0 0 0 1	○ ○ ○ ○ 1 ○	− − 0 0 − −	− 0 − − 0 −	− 0 0 0 0 −	− − − 0 − −
s_{1_5}	− − − − − −	○ ○ ○ ○ ○ 1	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −
s_{2_0}	− − − − − −	− − − − − −	1 ○ ○ ○ ○ ○	− − 0 0 − −	− 0 0 0 − −	− − − 0 − −
s_{2_1}	− 0 0 0 0 −	− 0 0 0 − −	○ 1 ○ ○ ○ ○	− 0 − − − −	− 0 − − 0 −	− − − 0 − −
s_{2_2}	0 − 0 − − −	0 − 0 − 0 −	○ ○ 1 ○ ○ ○	− 0 0 − − −	− 0 0 0 − −	− − − 0 − −
s_{2_3}	0 − 0 − − −	0 − − − 0 −	○ ○ ○ 1 ○ ○	− 0 − − − −	− 0 − 0 − −	− − − − − −
s_{2_4}	− 0 0 0 0 −	− − − − − −	○ ○ ○ ○ 1 ○	− − 0 0 − −	− 0 − − 0 −	− − − 0 − −
s_{2_5}	− − − − − −	− − − − − −	○ ○ ○ ○ ○ 1	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −
s_{3_0}	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	1 ○ ○ ○ ○ ○	− − − − − −	− − − − − −
s_{3_1}	0 0 0 0 0 1	− 0 0 0 0 −	− 0 0 0 − −	○ 1 ○ ○ ○ ○	− 0 − − 0 −	− − 0 0 − −
s_{3_2}	0 − 0 − − −	0 − 0 − − −	0 − 0 − 0 −	○ ○ 1 ○ ○ ○	− − − − − −	− 0 − − 0 −
s_{3_3}	0 − 0 − − −	0 − 0 − − −	0 − − − 0 −	○ ○ ○ 1 ○ ○	0 − − − − 0	− 0 − − 0 −
s_{3_4}	− 0 − − − −	− 0 0 0 0 −	− − − − − −	○ ○ ○ ○ 1 ○	− 0 0 0 0 −	− − 0 0 − −
s_{3_5}	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	○ ○ ○ ○ ○ 1	− − − − − −	− − − − − −
s_{4_0}	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − 0 − −	1 ○ ○ ○ ○ ○	− − − − − −
s_{4_1}	0 0 0 0 0 1	0 0 0 − 0 −	0 0 0 0 0 1	− 0 − − 0 −	○ 1 ○ ○ ○ ○	− − 0 0 − −
s_{4_2}	0 − 0 − − −	0 − 0 − 0 −	0 − 0 − − −	− − − − 0 −	○ ○ 1 ○ ○ ○	− 0 − − 0 −
s_{4_3}	0 − 0 − − −	0 − 0 − 0 −	0 − 0 0 − −	− − − − 0 −	○ ○ ○ 1 ○ ○	− 0 − − 0 −
s_{4_4}	− 0 − − − −	0 − 0 0 0 −	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	○ ○ ○ ○ 1 ○	− − 0 0 − −
s_{4_5}	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − 0 − −	○ ○ ○ ○ ○ 1	− − − − − −
s_{5_0}	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	1 ○ ○ ○ ○ ○
s_{5_1}	0 − − − − −	0 − − − − −	− − − − − −	− − 0 0 − −	− − 0 0 − −	○ 1 ○ ○ ○ ○
s_{5_2}	− 0 − − − −	0 − − − − −	− − − − − −	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	○ ○ 1 ○ ○ ○
s_{5_3}	− − 0 0 0 −	0 0 0 0 0 1	0 0 0 − 0 −	− 0 − − 0 −	− 0 − − 0 −	○ ○ ○ 1 ○ ○
s_{5_4}	− 0 − − − −	0 − − − − −	− − − − − −	− − 0 0 − −	− − 0 0 − −	○ ○ ○ ○ 1 ○
s_{5_5}	0 − − − − −	0 − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	− − − − − −	○ ○ ○ ○ ○ 1

figure 5.8: Removing Mapped Variables Leaves Exact Copy of Original Message

6 Satoku Matrix Mapped to CNF Formula

$$
\begin{aligned}
&(\ v_{00} \vee\ v_{01} \vee\ v_{02} \vee\ v_{03} \vee\ v_{04} \vee\ v_{05}\ ) \wedge (\ v_{10} \vee\ v_{11} \vee\ v_{12} \vee\ v_{13} \vee\ v_{14} \vee\ v_{15}\ ) \wedge (\ v_{20} \vee\ v_{21} \vee\ v_{22} \vee\ v_{23} \vee\ v_{24} \vee\ v_{25}\ ) \wedge \\
&(\ v_{30} \vee\ v_{31} \vee\ v_{32} \vee\ v_{33} \vee\ v_{34} \vee\ v_{35}\ ) \wedge (\ v_{40} \vee\ v_{41} \vee\ v_{42} \vee\ v_{43} \vee\ v_{44} \vee\ v_{45}\ ) \wedge (\ v_{50} \vee\ v_{51} \vee\ v_{52} \vee\ v_{53} \vee\ v_{54} \vee\ v_{55}\ ) \wedge \\
&(\neg v_{00} \vee \neg v_{01}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{02}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{03}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{22}) \wedge \\
&(\neg v_{00} \vee \neg v_{23}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{51}) \wedge \\
&(\neg v_{00} \vee \neg v_{55}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{02}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{03}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{21}) \wedge \\
&(\neg v_{01} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{03}) \wedge \\
&(\neg v_{02} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{12}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{13}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{22}) \wedge \\
&(\neg v_{02} \vee \neg v_{23}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{43}) \wedge \\
&(\neg v_{02} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{31}) \wedge \\
&(\neg v_{03} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{31}) \wedge \\
&(\neg v_{04} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{12}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{13}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{15}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{22}) \wedge \\
&(\neg v_{10} \vee \neg v_{23}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{51}) \wedge \\
&(\neg v_{10} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{55}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{12}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{13}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{15}) \wedge \\
&(\neg v_{11} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{13}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{15}) \wedge \\
&(\neg v_{12} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{22}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{42}) \wedge \\
&(\neg v_{12} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{13} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{13} \vee \neg v_{15}) \wedge (\neg v_{13} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{13} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{13} \vee \neg v_{34}) \wedge \\
&(\neg v_{13} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{13} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{15}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{22}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{23}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{41}) \wedge \\
&(\neg v_{14} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{22}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{23}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{24}) \wedge \\
&(\neg v_{20} \vee \neg v_{25}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{22}) \wedge \\
&(\neg v_{21} \vee \neg v_{23}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{25}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{23}) \wedge \\
&(\neg v_{22} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{25}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{53}) \wedge \\
&(\neg v_{23} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{23} \vee \neg v_{25}) \wedge (\neg v_{23} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{23} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{23} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{24} \vee \neg v_{25}) \wedge (\neg v_{24} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{24} \vee \neg v_{33}) \wedge \\
&(\neg v_{24} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{24} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{24} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{30} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{30} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{30} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{30} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{30} \vee \neg v_{35}) \wedge \\
&(\neg v_{31} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{35}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{53}) \wedge \\
&(\neg v_{32} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{32} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{32} \vee \neg v_{35}) \wedge (\neg v_{32} \vee \neg v_{51}) \wedge (\neg v_{32} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{33} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{33} \vee \neg v_{35}) \wedge (\neg v_{33} \vee \neg v_{40}) \wedge \\
&(\neg v_{33} \vee \neg v_{45}) \wedge (\neg v_{33} \vee \neg v_{51}) \wedge (\neg v_{33} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{34} \vee \neg v_{35}) \wedge (\neg v_{34} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{34} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{34} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{34} \vee \neg v_{44}) \wedge \\
&(\neg v_{34} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{34} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{40} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{40} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{40} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{40} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{40} \vee \neg v_{45}) \wedge (\neg v_{41} \vee \neg v_{42}) \wedge \\
&(\neg v_{41} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{41} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{41} \vee \neg v_{45}) \wedge (\neg v_{41} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{41} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{42} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{42} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{42} \vee \neg v_{45}) \wedge \\
&(\neg v_{42} \vee \neg v_{51}) \wedge (\neg v_{42} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{43} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{43} \vee \neg v_{45}) \wedge (\neg v_{43} \vee \neg v_{51}) \wedge (\neg v_{43} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{44} \vee \neg v_{45}) \wedge (\neg v_{44} \vee \neg v_{52}) \wedge \\
&(\neg v_{44} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{50} \vee \neg v_{51}) \wedge (\neg v_{50} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{50} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{50} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{50} \vee \neg v_{55}) \wedge (\neg v_{51} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{51} \vee \neg v_{53}) \wedge \\
&(\neg v_{51} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{51} \vee \neg v_{55}) \wedge (\neg v_{52} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{52} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{52} \vee \neg v_{55}) \wedge (\neg v_{53} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{53} \vee \neg v_{55}) \wedge (\neg v_{54} \vee \neg v_{55})
\end{aligned}
$$

figure 6.1: Satoku Matrix Mapped to CNF Formula

7 CNF Formula Without At-Least-1 Clauses

$$
\begin{aligned}
&(\neg v_{00} \vee \neg v_{01}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{02}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{03}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{22}) \wedge \\
&(\neg v_{00} \vee \neg v_{23}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{00} \vee \neg v_{51}) \wedge \\
&(\neg v_{00} \vee \neg v_{55}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{02}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{03}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{21}) \wedge \\
&(\neg v_{01} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{01} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{03}) \wedge \\
&(\neg v_{02} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{12}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{13}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{22}) \wedge \\
&(\neg v_{02} \vee \neg v_{23}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{02} \vee \neg v_{43}) \wedge \\
&(\neg v_{02} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{04}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{31}) \wedge \\
&(\neg v_{03} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{03} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{05}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{31}) \wedge \\
&(\neg v_{04} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{04} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{11}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{12}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{13}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{15}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{22}) \wedge \\
&(\neg v_{10} \vee \neg v_{23}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{51}) \wedge \\
&(\neg v_{10} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{10} \vee \neg v_{55}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{12}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{13}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{15}) \wedge \\
&(\neg v_{11} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{11} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{13}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{15}) \wedge \\
&(\neg v_{12} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{22}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{42}) \wedge \\
&(\neg v_{12} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{12} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{13} \vee \neg v_{14}) \wedge (\neg v_{13} \vee \neg v_{15}) \wedge (\neg v_{13} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{13} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{13} \vee \neg v_{34}) \wedge \\
&(\neg v_{13} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{13} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{15}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{22}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{23}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{41}) \wedge \\
&(\neg v_{14} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{14} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{21}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{22}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{23}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{24}) \wedge \\
&(\neg v_{20} \vee \neg v_{25}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{20} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{22}) \wedge \\
&(\neg v_{21} \vee \neg v_{23}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{25}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{21} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{23}) \wedge \\
&(\neg v_{22} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{25}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{22} \vee \neg v_{53}) \wedge \\
&(\neg v_{23} \vee \neg v_{24}) \wedge (\neg v_{23} \vee \neg v_{25}) \wedge (\neg v_{23} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{23} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{23} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{24} \vee \neg v_{25}) \wedge (\neg v_{24} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{24} \vee \neg v_{33}) \wedge \\
&(\neg v_{24} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{24} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{24} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{30} \vee \neg v_{31}) \wedge (\neg v_{30} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{30} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{30} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{30} \vee \neg v_{35}) \wedge \\
&(\neg v_{31} \vee \neg v_{32}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{35}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{31} \vee \neg v_{53}) \wedge \\
&(\neg v_{32} \vee \neg v_{33}) \wedge (\neg v_{32} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{32} \vee \neg v_{35}) \wedge (\neg v_{32} \vee \neg v_{51}) \wedge (\neg v_{32} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{33} \vee \neg v_{34}) \wedge (\neg v_{33} \vee \neg v_{35}) \wedge (\neg v_{33} \vee \neg v_{40}) \wedge \\
&(\neg v_{33} \vee \neg v_{45}) \wedge (\neg v_{33} \vee \neg v_{51}) \wedge (\neg v_{33} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{34} \vee \neg v_{35}) \wedge (\neg v_{34} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{34} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{34} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{34} \vee \neg v_{44}) \wedge \\
&(\neg v_{34} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{34} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{40} \vee \neg v_{41}) \wedge (\neg v_{40} \vee \neg v_{42}) \wedge (\neg v_{40} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{40} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{40} \vee \neg v_{45}) \wedge (\neg v_{41} \vee \neg v_{42}) \wedge \\
&(\neg v_{41} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{41} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{41} \vee \neg v_{45}) \wedge (\neg v_{41} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{41} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{42} \vee \neg v_{43}) \wedge (\neg v_{42} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{42} \vee \neg v_{45}) \wedge \\
&(\neg v_{42} \vee \neg v_{51}) \wedge (\neg v_{42} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{43} \vee \neg v_{44}) \wedge (\neg v_{43} \vee \neg v_{45}) \wedge (\neg v_{43} \vee \neg v_{51}) \wedge (\neg v_{43} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{44} \vee \neg v_{45}) \wedge (\neg v_{44} \vee \neg v_{52}) \wedge \\
&(\neg v_{44} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{50} \vee \neg v_{51}) \wedge (\neg v_{50} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{50} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{50} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{50} \vee \neg v_{55}) \wedge (\neg v_{51} \vee \neg v_{52}) \wedge (\neg v_{51} \vee \neg v_{53}) \wedge \\
&(\neg v_{51} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{51} \vee \neg v_{55}) \wedge (\neg v_{52} \vee \neg v_{53}) \wedge (\neg v_{52} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{52} \vee \neg v_{55}) \wedge (\neg v_{53} \vee \neg v_{54}) \wedge (\neg v_{53} \vee \neg v_{55}) \wedge (\neg v_{54} \vee \neg v_{55})
\end{aligned}
$$

figure 7.1: CNF formula without at-least-1 clauses